Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 1:

T-Box Inferenzprobleme:

– ***Erfüllbarkeit:*** ***Ein Konzept C ist bzgl. T erfüllbar, wenn es ein Modell $\mathcal{I}$ von T gibt so dass die Interpretation von C eine nichtleere Menge ist.***

existiert ein Modell $\mathcal{I}$ für C so dass $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$?

– ***Subsumption:*** ***Ein Konzept C ist subsumiert durch ein Konzept D bzgl. $\mathcal{T}$, wenn für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ die Interpretation von C eine Teilmenge von der Interpretation von D ist.***

gilt $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$?

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 1:

T-Box Inferenzprobleme:

– ***Äquivalenz:*** ***Zwei Konzepte C und D sind äquivalent bzgl. $\mathcal{T}$ wenn für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ die Interpretation von C gleich der Interpretation von D ist.***

gilt $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$?

– ***Disjunktheit:*** ***Zwei Konzepte C und D sind disjunkt bzgl. $\mathcal{T}$ wenn für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ die Interpretationen von C und D disjunkt sind.***

gilt $C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}} = \emptyset$ für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$?

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 1:

A-Box Inferenzprobleme:

– ***Konsistenz:***

- ***Eine A-Box $\mathcal{A}$ ist konsistent bzgl. einer T-Box $\mathcal{T}$, wenn es eine Interpretation gibt, die Modell sowohl von $\mathcal{A}$ als auch von $\mathcal{T}$ ist.***
- ***Eine A-Box ist konsistent wenn sie konsistent bzgl. der leeren T-Box ist.***

– ***Instanzüberprüfung:***

- ***Gegeben sei eine Instanz a und ein Konzept C. Gilt $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ für alle Modelle von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$.***

Übungsblatt Nr.5

<u>Aufgabe 2:</u>

open-world Semantik	***closed-world Semantik***
Information nicht vollst.	***Information vollst.***
X kann nicht bewiesen werden ⇓ ***X nicht zwingend falsch.*** ***Keine Wertung möglich.***	***X kann nicht bewiesen werden*** ⇓ ***X ist falsch (da Information vollst.)***
<u>Bsp.:</u> • ***DI's***	***<u>Bsp.:</u>*** • ***(E)ER-Modell*** • ***UML***

Sei X eine bel. Aussage

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 3:

a.) Prof.'s sind Wissenschaftler:

Prof. $\sqsubseteq$ Wissenschaftler

b.) Wissenschaftler haben ein Studium absolviert:

Wissenschaftler $\equiv$ Mensch $\sqcap$ $\exists$hatstudiert.Uni

c.) Studenten sind keine Wissenschaftler:

Student $\equiv$ Mensch $\sqcap$ $\neg$Wissenschaftler

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 3:

d.) Wer eine VL hält ist ein Prof. oder ein Promovierter:

Dozent $\equiv$ Prof. $\sqcup$ Promovierter

e.) Rudi ist ein Prof., der eine VL hält:

Rudi $\equiv$ Prof. $\sqcap$ $\exists$hält.VL

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 4:

Wdh. Subsumption:
C subsumiert D,
falls $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$

a.) $\bot$, $\top$, A, $A \sqcup B$, $A \sqcap B$

$\bot$, A, $A \sqcap B$, $A \sqcup B$, $\top$

b.) $\forall R.A$, $\exists R.A$, $\forall R.\bot$, $\exists R.\top$

$\forall R.\bot$, $\forall R.A$, $\exists R.A$, $\exists R.\top$

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 5:

FOL:

– ***$\mathcal{ALC}$ ist Fragment von FOL (= Prädikatenlogik erster Stufe)***

– ***jede Wissensbasis kann in FOL umgewandelt werdem***

- ***Umwandlung $\mathcal{ALC}$ in FOL:***

$\mathcal{ALC}$**:**		**FOL:**
$C \equiv D$	$\Leftrightarrow$	$(\forall x)\ (\ C(x) \leftrightarrow D(x)\ )$
$C \sqsubseteq D$	$\Leftrightarrow$	$(\forall x)\ (\ C(x) \rightarrow D(x)\ )$
$C \sqcap D$	$\Leftrightarrow$	$C(x) \wedge D(x)$
$C \sqcup D$	$\Leftrightarrow$	$C(x) \vee D(x)$a
$\neg C$	$\Leftrightarrow$	$\neg C(x)$
$\forall R.C$	$\Leftrightarrow$	$(\forall y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$
$\exists R.C$	$\Leftrightarrow$	$(\exists y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$

Quelle: VL-Folien

Übungsblatt Nr.5

$\mathcal{ALC}$: FOL:

$C \equiv D \Leftrightarrow (\forall x)\ (\ C(x) \leftrightarrow D(x)\ )$
$C \sqsubseteq D \Leftrightarrow (\forall x)\ (\ C(x) \rightarrow D(x)\ )$
$C \sqcap D \Leftrightarrow C(x) \wedge D(x)$
$C \sqcup D \Leftrightarrow C(x) \vee D(x)$
$\neg C \Leftrightarrow \neg C(x)$
$\forall R.C \Leftrightarrow (\forall y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$
$\exists R.C \Leftrightarrow (\exists y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$

Aufgabe 5:

a.) lecturer $\equiv$ ***employee*** $\sqcap$ $\exists$***teaches.class***

$(\forall x)$ (lecturer(x) $\leftrightarrow$ employee(x) $\wedge$ $(\exists y)$ (teaches(x,y) $\rightarrow$ Class(y))

b.) professor $\sqsubseteq$ ***employee***

$(\forall x)$ (professor(x) $\rightarrow$ employee(x))

c.) lecture $\sqsubseteq$ ***class***

$(\forall x)$ (lecture(x) $\rightarrow$ class(x))

Übungsblatt Nr.5

$\mathcal{ALC}$:	FOL:
$C \equiv D$	$\Leftrightarrow (\forall x)\ (\ C(x) \leftrightarrow D(x)\ )$
$C \sqsubseteq D$	$\Leftrightarrow (\forall x)\ (\ C(x) \rightarrow D(x)\ )$
$C \sqcap D$	$\Leftrightarrow C(x) \wedge D(x)$
$C \sqcup D$	$\Leftrightarrow C(x) \vee D(x)$
$\neg C$	$\Leftrightarrow \neg C(x)$
$\forall R.C$	$\Leftrightarrow (\forall y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$
$\exists R.C$	$\Leftrightarrow (\exists y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$

Aufgabe 5:

d.) $\exists$***lectures.lecture*** $\sqsubseteq$ $\exists$***teaches.lecture***

$(\forall x)\ ((\ (\exists y)\ (\ lectures(x,y) \rightarrow lecture(y)\ )) \rightarrow ((\exists y)\ (\ teaches(x,y) \rightarrow lecture(y)\ ))\ )$

e.) $\forall$***lectures*** $^{-}$***.lecturer*** $\sqsubseteq$ ***lecture***

?

f.) lectures(Rudi, AI1)

lectures(Rudi, AI1)

Übungsblatt Nr.5

$\mathcal{ALC}$: **FOL:**

$C \equiv D \Leftrightarrow (\forall x)\ (\ C(x) \leftrightarrow D(x)\ )$
$C \sqsubseteq D \Leftrightarrow (\forall x)\ (\ C(x) \rightarrow D(x)\ )$
$C \sqcap D \Leftrightarrow C(x) \wedge D(x)$
$C \sqcup D \Leftrightarrow C(x) \vee D(x)$
$\neg C \Leftrightarrow \neg C(x)$
$\forall R.C \Leftrightarrow (\forall y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$
$\exists R.C \Leftrightarrow (\exists y)\ (\ R(x,y) \rightarrow C(y)\ )$

Aufgabe 5:

g.) professor(Rudi)

professor(Rudi)

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 6:

a.) employee(Rudi)?

Ja. Weil:

•professor $\sqsubseteq$ employee
•professor(Rudi)

b.) class(AI1)?

Ja. Weil:

•lecture $\sqsubseteq$ class
•lectures(Rudi, AI1)

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 6:

c.)teaches(Rudi,AI1)?

Nein. Weil:

•lectures(Rudi, AI1)
•$\exists$lectures.lecture $\sqsubseteq$ $\exists$teaches.lecture
!

d.) lecturer $\sqsubseteq$ Professor ?

Nein. Weil:

•professor $\sqsubseteq$ employee
•lecturer $\equiv$ employee $\sqcap$ $\exists$teaches.class

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 6:

e.)Professor $\sqcap \exists$ teaches.lecture $\sqsubseteq$ lecturer ?

Ja. Weil:

•lecturer $\equiv$ employee $\sqcap$ $\exists$teaches.class

•lecture $\sqsubseteq$ class

$\Downarrow$

employee $\sqcap$ $\exists$teaches.lecture $\sqsubseteq$ lecturer

professor $\sqsubseteq$ employee

$\Downarrow$

professor $\sqcap$ $\exists$teaches.lecture $\sqsubseteq$ lecturer

Übungsblatt Nr.5

<u>Aufgabe 6:</u>

f.) lecturer(Rudi)?

Ja. Weil:

- lectures(Rudi, AI1)
- $\exists$lectures.lecture $\sqsubseteq$ $\exists$teaches.lecture

$\Downarrow$

teaches(Rudi, AI1)

- professor(Rudi)
- professor $\sqsubseteq$ employee

lecture $\sqsubseteq$ class

$\Downarrow$

lecturer $\equiv$ employee $\sqcap$ $\exists$teaches.class

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 7:

Z.z.:

$((\forall x)\ (\ professor(x) \rightarrow employee(x)\ ) \wedge$
$professor(Rudi)) \rightarrow Employee(Rudi)$

Vorgehensweise:

1. Negation der Formel: ¬F
2. Konstruiere Tableau für ¬F.
3. Eliminiere → und ↔ durch äquivalente Formeln.

⇒ **Kann Tableau abgeschlossen werden, so ist F allgemeingültig.**

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 7:

Am Rande: Regeln Aussagenlogik

Operator	Bedeutung	Interpretation
$\rightarrow$	$(a \rightarrow b) = (\neg a \vee b)$	„wenn, dann“
$\leftrightarrow$	$(a \leftrightarrow b) = (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$	„genau dann wenn“
$\not\leftrightarrow$	$(a \not\leftrightarrow b) = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$	„entweder oder“

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$
$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$$
$$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$$

$$a \vee \neg a = 1$$
$$a \wedge \neg a = 0$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$
$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$(a \vee b) \wedge a = a$$
$$(a \wedge b) \vee a = a$$

$$a \vee b = b \vee a$$
$$a \wedge b = b \wedge a$$

$$x \vee 0 = x \qquad x \vee 1 = 1$$
$$x \wedge 1 = x \qquad x \wedge 0 = 0$$

Übungsblatt Nr.5

Aufgabe 7:

1.) Negation der Formel: ¬F

$((\forall x)\,(\,professor(x) \rightarrow employee(x)\,) \wedge professor(Rudi)) \rightarrow Employee(Rudi)$

⇓

$\neg\,(((\forall x)\,(\,professor(x) \rightarrow employee(x)\,) \wedge professor(Rudi)) \rightarrow Employee(Rudi))$

⇓

$\neg\,\neg\,((\forall x)\,(\,professor(x) \rightarrow employee(x)\,) \wedge professor(Rudi)) \wedge \neg\,Employee(Rudi)$

Vorgehensweise:

1. **Negation der Formel: ¬F**
2. Konstruiere Tableau für ¬F.
3. Eliminiere → und ↔ durch äquivalente Formeln.

Verwendete Regeln:

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$
$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

$$(a \rightarrow b) = (\neg a \vee b)$$

Übungsblatt Nr.5

Vorgehensweise:

1. **Negation der Formel: ¬F**
2. Konstruiere Tableau für ¬F.
3. Eliminiere → und ↔ durch äquivalente Formeln.

Aufgabe 7:

1.) Negation der Formel: ¬F

$$((\forall x)\ (\ professor(x) \rightarrow employee(x)\ ) \wedge professor(Rudi)) \rightarrow Employee(Rudi)$$

$$\Downarrow$$

$$\neg((\forall x)\ (\ professor(x) \rightarrow employee(x)\ ) \wedge professor(Rudi)) \rightarrow \neg\ Employee(Rudi)$$