Übung zur Lehrveranstaltung

Intelligente Systeme im WWW

Dr. Pascal Hitzler, Dr. York Sure, Markus Krötzsch, Daniel Politze
Sommersemester 2005

Übung 3: Beweisverfahren und OWL (6.6.2005)

Aufgabe 3.1 Lösen Sie die Aufgaben 2.7, 2.8 und 2.9 des vorangegangenen Übungsblattes.

Aufgabe 3.2 Ein leicht erweiterte Variante der OWL-Spezifikation aus der Rechnerübung ist unter `www.aifb.uni-karlsruhe.de/Lehre/Sommer2005/ISWWW/owlfiles/pizza4.owl` zu finden. Diese Ontologie enthält Klassen, Rollen (Properties) und Instanzen.

(a) Laden Sie diese Datei in Protégé (mit der Funktion *Build* im Startfenster) und vergegenwärtigen Sie sich die Struktur der entsprechenden Ontologie.

(b) Betrachten Sie nun den Inhalt der OWL-Datei. Übersetzen Sie die einzelnen RDF-Blöcke in die besser lesbare DL-Schreibweise (siehe dazu auch Folien 22, 24 und 25 im Skript), wobei Sie die entstehenden Formeln einteilen in Aussagen über Rollen (R-Box), Klassen (T-Box) und Individuen (A-Box).

Beschränken Sie sich bei den Subklassen von Pizzabelägen auf die verschiedenen Käsesorten, da die logische Dartstellung – besonders der gegenseitigen Disjunktions-Axiome – ansonsten sehr umfangreich ist.

Aufgabe 3.3 Es soll nun das Konzept „vegetarische Pizza“ definiert werden. Welche der folgenden Definitionen ist dafür angemessen? Geben Sie dazu jeweils eine natürlichsprachliche Beschreibung der logischen Formeln an.

(a) $\mathsf{VegetarischePizza} \equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \neg\exists\, \mathsf{hatZutat}.(\mathsf{Fleisch} \sqcap \mathsf{Fisch})$

(b) $\mathsf{VegetarischePizza} \equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \forall\, \mathsf{hatBelag}.(\neg\mathsf{Fleisch} \sqcup \neg\mathsf{Fisch})$

(c) $\mathsf{VegetarischePizza} \equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \neg\exists\, \mathsf{hatBelag}.\mathsf{Fleisch} \sqcap \neg\exists\, \mathsf{hatBelag}.\mathsf{Fisch}$

(d) $\mathsf{VegetarischePizza} \equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \exists\, \mathsf{hatBelag}.\neg\mathsf{Fleisch} \sqcap \exists\, \mathsf{hatBelag}.\neg\mathsf{Fisch}$

(e) $\mathsf{VegetarischePizza} \equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \forall\, \mathsf{hatZutat}.(\neg\mathsf{Fleisch} \sqcap \neg\mathsf{Fisch})$

Aufgabe 3.4 Betrachten Sie zusätzlich zu den in Aufgabe 3.2 vorkommenden Unterklassen von Pizza die folgenden Klassendefinitionen:

$$\begin{aligned}
\mathsf{PizzaSpinat} &\equiv \exists\, \mathsf{hatBelag}.\mathsf{Spinat} \sqcap \exists\, \mathsf{hatBelag}.\mathsf{Gorgonzola} \sqcap \\
&\ \forall\, \mathsf{hatBelag}.(\mathsf{Spinat} \sqcap \mathsf{Gorgonzola}) \\
\mathsf{PizzaCarnivorus} &\equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \forall\, \mathsf{hatBelag}.(\mathsf{Fleisch} \sqcap \mathsf{Fisch}) \\
\mathsf{LeerePizza} &\equiv \mathsf{Pizza} \sqcap \neg\exists\, \mathsf{hatBelag}.\top
\end{aligned}$$

(a) Welche der oben und in Aufgabe 3.2 aufgeführten Klassen von Pizzas würde durch einen DL-Reasoner als Unterklasse von $\mathsf{VegetarischePizza}$ (gemäß einer *korrekten* Definition aus der vorigen Aufgabe) erkannt? Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

(b) Die Klassifikation unter (a) zeigt, dass einige der Pizzaklassen nicht das gewünschte Konzept modellieren. Wie könnte man ihre Definition korrigieren?

(c) Wie würde sich das unter (a) ermittelte Ergebnis verändern, wenn man bei der Definition von $\mathsf{VegetarischePizza}$ anstelle von $\equiv$ nur $\sqsubseteq$ verwenden würde?

Hinweis zur nächsten Aufgabe: Mit Hilfe von Erweiterungen wie *blocking* wird sichergestellt, dass jedes Tableau für (geeignete) Beschreibungslogiken irgendwann fertiggestellt werden kann. Dies ist dann erreicht, wenn keine Regel mehr sinnvoll anwendbar ist (entweder, weil die entsprechenden Formeln schon früher erzeugt wurden, oder weil die Regelanwendung geblockt ist).

Nach wie vor ist die Herleitung eines *abgeschlossenen* Tableaus ein Beweis für die Unerfüllbarkeit einer Formel (oder Wissensbasis). Wird allerdings das Tableau fertiggestellt und ist dennoch nicht abgeschlossen, dann beweist das die Erfüllbarkeit der Formel. Im Gegensatz zu FOL kann man mit Tableaus in DL also nicht nur Unerfüllbarkeit (und damit Allgemeingültigkeit), sondern auch Erfüllbarkeit (und damit Widerlegbarkeit) nachweisen.

Aufgabe 3.5 Beweisen Sie mit Hilfe des Tableauverfahrens die Erfüllbarkeit oder Unerfüllbarkeit der folgenden Wissensbasen. Verwenden Sie dazu die Regeln von Folie 57.

Tipp: Zum Herstellen der Negationsnormalform beim Auflösen der T-Box-Axiome benötigen Sie die semantische Äquivalenz von „$\neg\exists\,\mathsf{rolle.Klasse}$“ und „$\forall\,\mathsf{rolle.}\neg\mathsf{Klasse.}$“

(a)

$\mathsf{Pizza} \sqcap \mathsf{PizzaBelag}$	$\sqsubseteq \bot$	Nichts ist gleichzeitig Pizza und Pizzabelag.
$\exists\,\mathsf{hatBelag.PizzaBelag}$	$\sqsubseteq \mathsf{Pizza}$	Alles was einen Pizzabelag hat, ist eine Pizza.
$\mathsf{PizzaBelag}(\text{käse})$		Der Käse ist ein Pizzabelag.
$\mathsf{PizzaBelag}(\text{aubergine})$		Die Aubergine ist ein Pizzabelag.
$\mathsf{hatBelag}(\text{aubergine, käse})$		Die Aubergine wurde mit Käse belegt.

(b)

$\mathsf{Student}$	$\sqsubseteq \exists\,\mathsf{besucht.Vorlesung}$	Jeder Student besucht eine Vorlesung.
$\mathsf{Vorlesung}$	$\sqsubseteq \exists\,\mathsf{besuchtVon.(Student} \sqcap \mathsf{Fleißig)}$	In jeder Vorlesung ist auch ein fleißiger Student.
$\mathsf{Student}(\text{heiner})$		Heiner ist Student,
$\neg\mathsf{Fleißig}(\text{heiner})$		aber nicht fleißig.

Aufgabe 3.6 Wandeln Sie die beiden Wissensbasen aus Aufgabe 3.5 in Klauselform um. Drücken Sie dazu die Formeln zunächst in FOL aus und wandeln Sie diese anschließend in Klauseln um.